独立なボーズ凝縮体間の干渉性について

- *相関の無い物の間に干渉性があるのか？*
- *観測することで干渉が生じる？*
- *ボーズ凝縮体であることは*
  この現象の本質？

量子力学適用可能範囲の探究

- 量子力学は疑わしくないのか？

↓

- 量子力学にのっとり
少なくともどこまで成り立っているか検証

↓

- 怪しげな観測理論は量子力学？
- 巨視的量子現象？

慣例の観測理論

- X_1に粒子を観測する行為

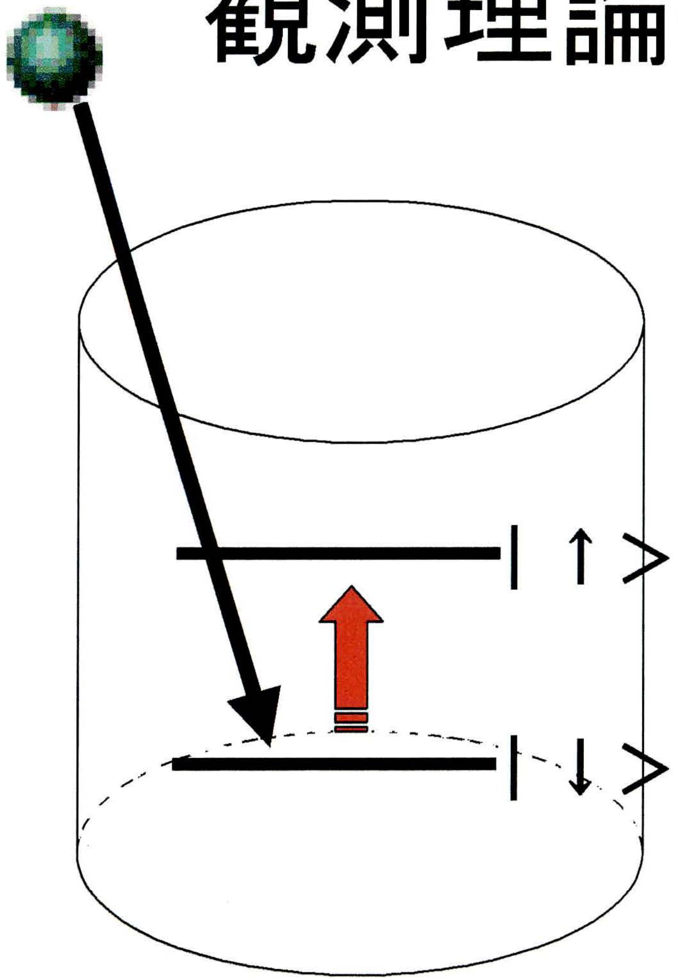
＝

- $\psi(X_1)$を作用させること

しかし

量子力学では、状態の変化はunitaryであるはず、、、

量子力学に従って
観測理論を定式化しよう



モデルは図のような

counterを仮定するだけ

- **Counterはtwo state atom**
- **原子を吸って**

  |↓>から|↑>へflip

その相互作用は？

Counterと原子の相互作Hamiltonianは

$$\mathcal{H}_I = g(\sigma_+ \psi(x) + h.c.)$$

gは結合定数

$$\sigma_+ = |\uparrow\rangle\langle\downarrow|$$

・このようなcounterが測定領域を覆っている

・各counterのindex をj として全体としては

$$\mathcal{H}_I = g\Sigma_j (\sigma_{j+} \psi(x_j) + h.c.)$$

観測中の時間発展

- 測定の時間発展はunitary演算子$\mathcal{U}$(t)
  $\mathcal{U}(t)=\exp(-it(\mathcal{H}_0+\mathcal{H}_I)/\hbar)$

- 極めて短い間Δtだけ測定
- その分測定能力gを上げる

↓

- $\mathcal{U}(\Delta t)=\exp(-i\Delta t\,\mathcal{H}_I/\hbar)$

Impulse approximation

$\mathcal{U}(\Delta t)$を展開しよう

- $\mathcal{U}(\Delta t)=\exp\{\, \mathbf{c}\boldsymbol{\Sigma}_j \,(\sigma_{j+}\,\psi(\mathbf{x}_j) \;+\; \mathbf{h.c.}\,)\,\}$

$C := -i\,\Delta t\,\mathbf{g}\,/\,\hbar$

↓

- これをcについて展開する。

（さっきの仮定と折り合う程度にcは充分小さい）

↓

- そして$\psi(\mathbf{x})$と$\psi^{\dagger}(\mathbf{x})$の多項式を
"ψの数－$\psi^{\dagger}$の数"
と言う観点からまとめ直すと

- $\mathcal{U}(\Delta t) = \sum_{n} (c^n/n!)($ <u>“ψの数－$\psi^\dagger$ の数＝n”の項</u>$)$

  $(n = 0 \sim \infty)$

  $+($“ψの数≦$\psi^\dagger$ の数”の項$)$

$$= \sum_{jj' \ldots j(n-1)} \sigma_{j+} \sigma_{j'+} \cdots \sigma_{j(n-1)+} \psi(\mathbf{x}_j) \psi(\mathbf{x}_{j'}) \cdots \psi(\mathbf{x}_{j(n-1)})$$

$+ c^2$の項 $+ c^4$の項 $+ \cdots$

今まで略記してきたｈ．ｃ．を明示すると

$$\mathcal{U}(t_0+\Delta t, t_0) \fallingdotseq \exp(-i\Delta t Hi/\hbar)$$

$$= \exp\{c\Sigma_j(\sigma_{j+}\phi(x_j)+\sigma_{j-}\phi(x_j)^\dagger)\}$$

$$= \sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{s!}c^s\left(\sum_j\left(\sigma_{j+}\psi\left(x_j\right)+h.c.\right)\right)^s$$

これをばらして次のようにまとめ直す。

$$u(t_0+\Delta t;t_0)=1$$

$$+\underbrace{\begin{pmatrix} c^1\sum_j\sigma_{j+}\psi\left(x_j\right)+c^3\left(\psi^\dagger\psi\psi \text{や} \psi\psi^\dagger\psi \text{を含む項}\right) \\ +c^5\left(\psi^\dagger\psi\psi^\dagger\psi\psi \text{や} \psi\psi\psi^\dagger\psi^\dagger\psi \text{などを含む項}\right)+c^7\cdots \end{pmatrix}}_{\psi\text{の数}-\psi^\dagger\text{の数}=1\text{の項}}$$

$$+\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2!}c^2\sum_{j,j'}\sigma_{j+}\sigma_{j'+}\psi\left(x_j\right)\psi\left(x_{j'}\right) \\ +c^4\left(\psi^\dagger\psi^\dagger\psi\psi \text{や} \psi\psi^\dagger\psi^\dagger\psi \text{などを含む項}\right) \\ +c^6\cdots \end{pmatrix}}_{\psi\text{の数}-\psi^\dagger\text{の数}=2\text{の項}}\cdots\cdots\cdots$$

$$+\cdots\cdots\cdots$$

$$+\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{n!}c^n\sum_{j,j'\cdots j^{(n-1)}}\sigma_{j+}\sigma_{j'+}\cdots\sigma_{j^{(n-1)}+}\psi\left(x_j\right)\psi\left(x_{j'}\right)\cdots\psi\left(x_{j^{(n-1)}}\right) \\ +c^{n+2}\text{の項}+c^{n+4}\text{の項}+\cdots \end{pmatrix}}_{\psi\text{の数}-\psi^\dagger\text{の数}=n\text{の項}}$$

$$+\cdots\cdots\cdots$$

途中経過はともかく

結局どう結論できたか

Cは充分小さいので各nにおいてc^2を無視すると

(<u>*“ψの数－$\psi^\dagger$ の数＝n”の項*</u>)は

$$\sum_{jj' \ldots j^{(n-1)}} \sigma_{j+}\sigma_{j'+}\cdots\sigma_{j^{(n-1)}+}\,\psi(x_j)\,\psi(x_{j'})\cdots\psi(x_{j^{(n-1)}})$$

となる。

$X_j, X_{j'}, \cdots X_{j(n-1)}$点のcounterが観測すること

＝

$\psi(x_j)\,\psi(x_{j'})\cdots\psi(x_{j^{(n-1)}})$を作用させること

各n（観測した点の数）に対して
c^2以上の項を無視している。

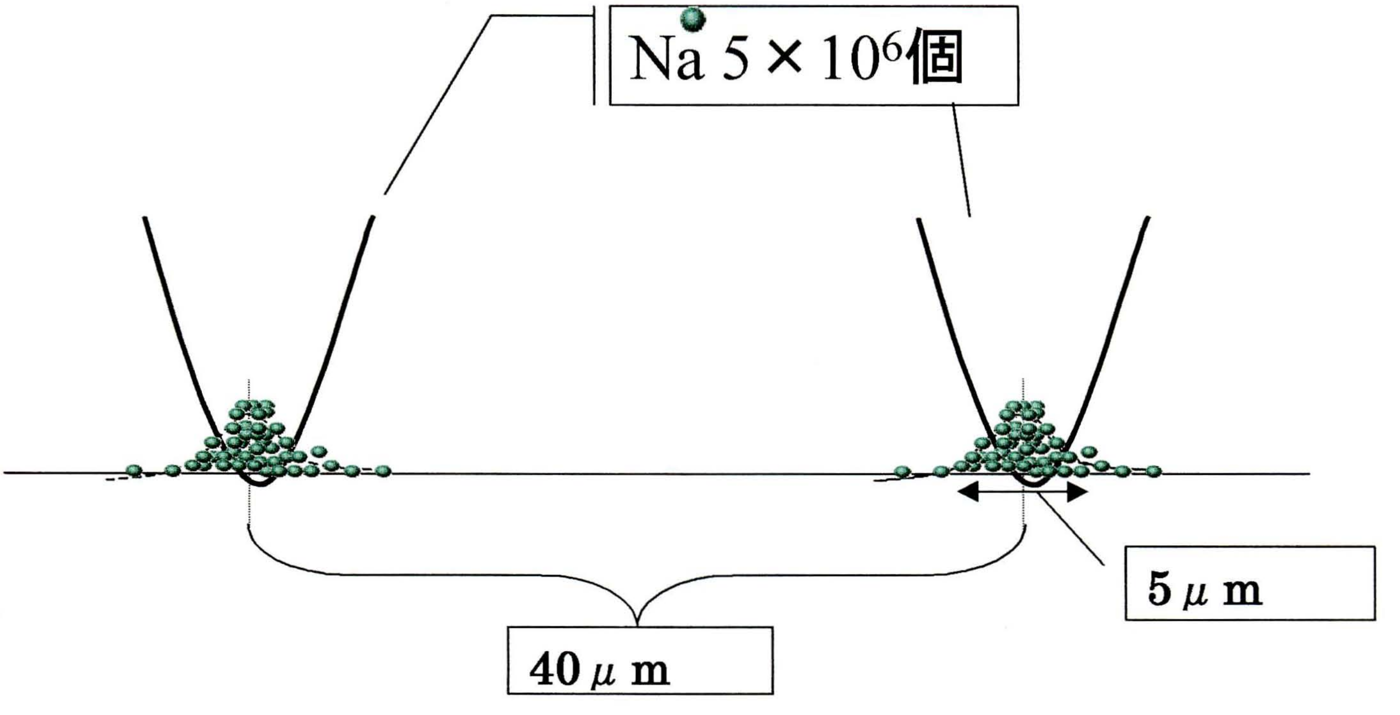
異なるnのものを同じ枠組で扱えば
矛盾が。

counterの検出した粒子の数が
nであるという事象の集合内で
確率を議論するモデル

n-counter model

『観測行為は$\psi(x)$を作用させること』
と定式化できた

実験のあらまし1



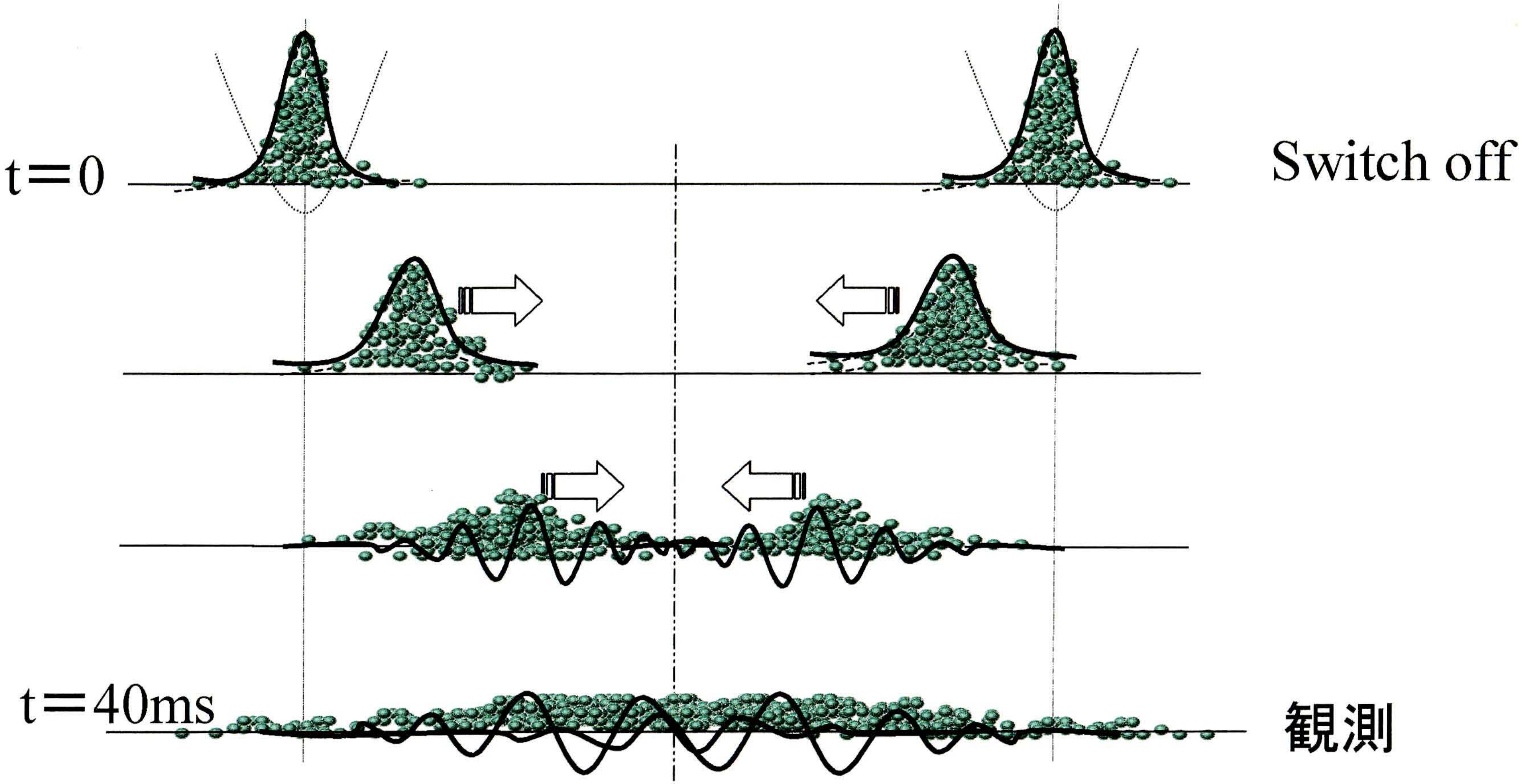
磁気と光でボーズ凝縮体をトラップ

Overlapは@@@@@@@@@@

⬇

量子的相関は無い

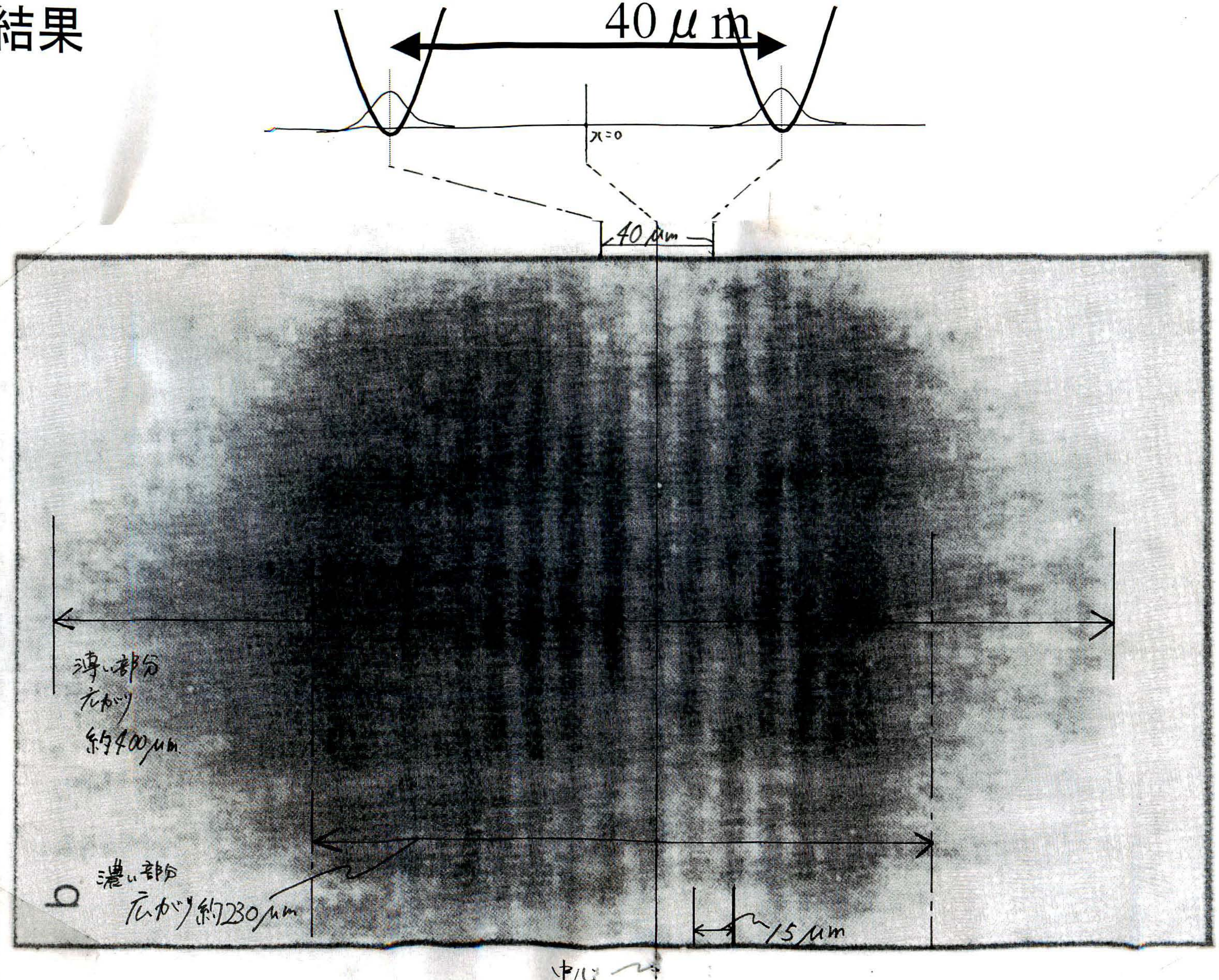
実験のあらまし2



下方へ落下しつつ、互いに他方の中に入り込む

t＝40ミリ秒 に光を当てて観測。

実験結果



M.R.Andrews, et al. ; SCIENCE **275**(1997)637　より転載

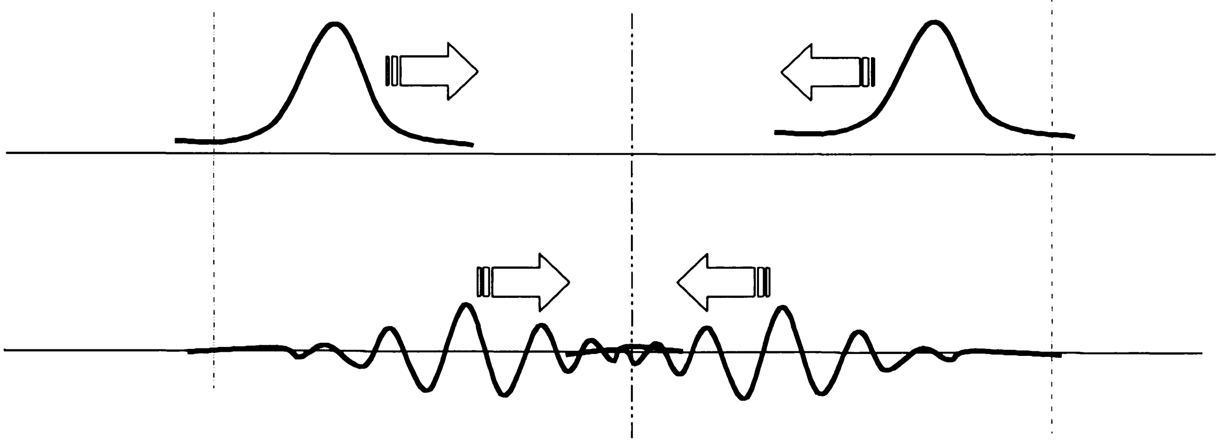
実験のモデル化

磁気と光でボーズ凝縮体をトラップ

各々調和振動子型potentialでモデル化

Na原子はその基底状態（Gaussian）へ
ボーズ凝縮していたものとする

Trapを切った後、
広がりつつoverlapして行くボーズ凝縮体



1. 切る前、Gaussianであったこと
2. ボーズ凝縮体の進む速さは$\hbar$ k/m
の2点を考慮して

初期状態をGaussian×exp(±ikx) とモデル化

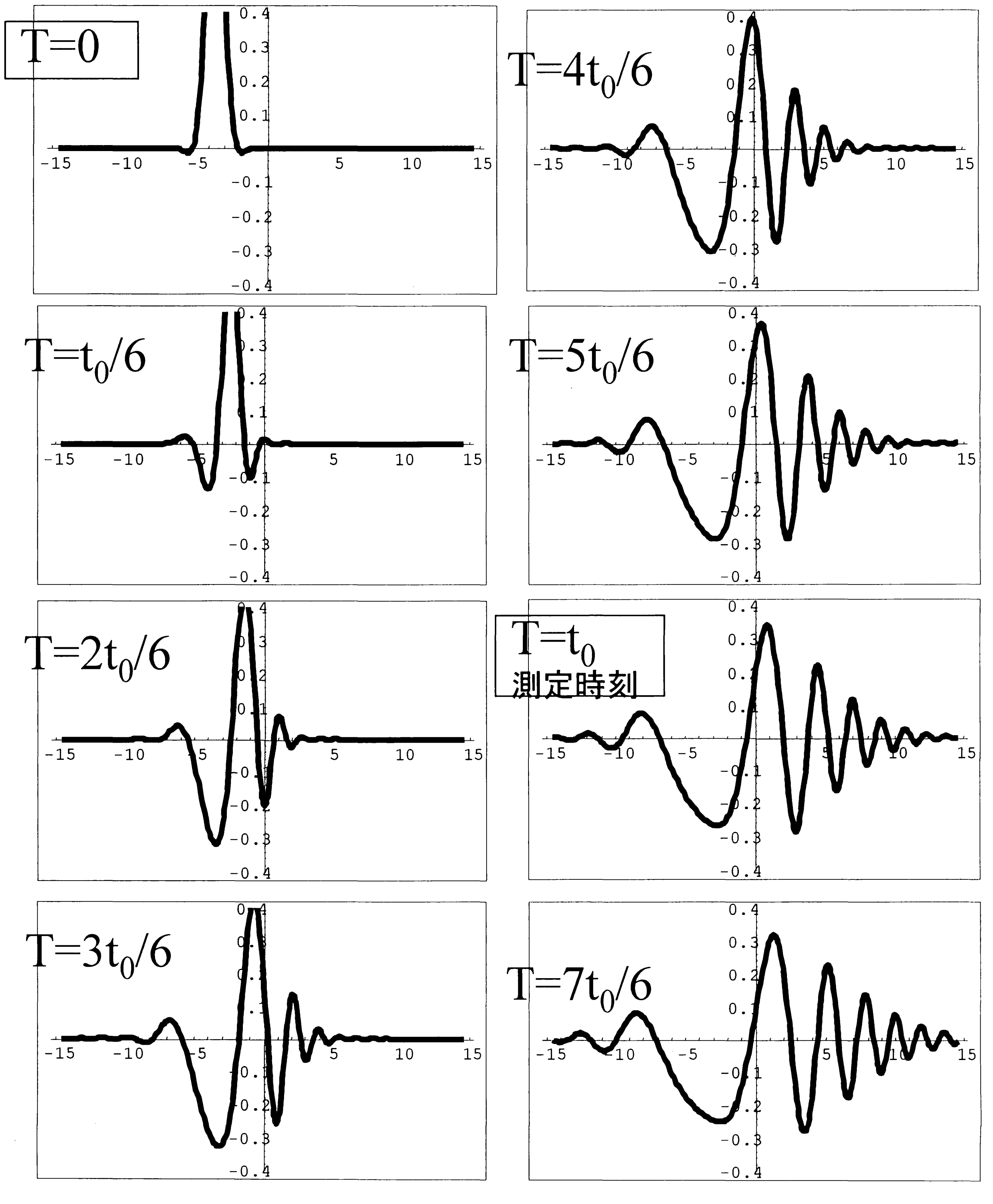
以降は測定時刻t_0まで$\mathcal{H}_0$で時間発展

具体的には、各Na原子が
1粒子系の自由空間で時間発展したもの

（広がりつつ平均速度$\hbar$ k/mで進む波束）

波束で表現した ボーズ凝縮体の時間変化（L側分）

実成分のみ



1-counter model　～x_1で観測

Lから来たBECの数　　Rから来たBECの数

$$\Psi(x_1) \rightarrow \quad | N/2, N/2 >$$

$$(N/2)^{1/2}\phi_L(x_1) \,|\, N/2-1, N/2 >$$

$$+ \quad (N/2)^{1/2}\phi_R(x_1) \,|\, N/2, N/2-1 >$$

x_1に見出す確率

$$P_1 = |\phi_L(x_1)|^2 + |\phi_R(x_1)|^2$$

干渉は無い

2-counter model　～x_1, x_2で観測

$\Psi(x_1) \rightarrow |N/2,N/2\rangle$

$(N/2)^{1/2}\phi_L(x_1)|N/2-1,N/2\rangle + (N/2)^{1/2}\phi_R(x_1)|N/2,N/2-1\rangle$

$\phi_L(x_1)\phi_L(x_2)$
$|N/2-2,N/2\rangle$

干渉

$\phi_R(x_1)\phi_R(x_2)$
$|N/2,N/2-2\rangle$

$\{\phi_L(x_1)\phi_R(x_2)+\phi_R(x_1)\phi_L(x_2)\}$

$|N/2-1,N/2-1\rangle$

干渉が
生じた

x_1, x_2に見出す確率

$$P_{12}=|\phi_L(x_1)\phi_R(x_2)+\phi_R(x_1)\phi_L(x_2)|^2$$

$$+|\phi_L(x_1)\phi_L(x_2)|^2+|\phi_R(x_1)\phi_R(x_2)|^2$$

N=2, 2-counter model